

Marek Lechniak

Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II

O twórczości w logice, czyli jak rozwijają się intuicje logiczne

Logika jest nauką aprioryczną. Twierdzenia jej są prawdziwe na mocy określeń i pewników płynących z rozumu, nie z doświadczenia. Nauka ta jest dziedziną czystej twórczości myślowej.¹

Chciałbym [...] nakreślić obraz związany z najgłębszymi intuicjami, jakie odczuwam zawsze wobec logistyki. Obraz ten rzuci może więcej światła na istotne podłoże, z jakiego przynajmniej u mnie wyrasta ta nauka, niż wszelkie wywody dyskursywne. Otóż ilekroć zajmuję się najdrobniejszym nawet zagadnieniem logicznym [...] tylekroć mam wrażenie, że znajduję się wobec jakiejś potężnej, niesłychanie zwartej i niezmiernie odpornej konstrukcji. Konstrukcja ta działa na mnie jak jakiś konkretny dotykany przedmiot, zrobiony z najtwardszego materiału [...]. Nic w niej zmienić nie mogę, nic sam dowolnie nie tworzę, lecz w wyłożonej pracy odkrywam w niej tylko coraz to nowe szczegóły, zdobywając prawdy niewzruszone i wieczne. Gdzie jest i czym jest ta idealna konstrukcja? Filozof wierzący powiedziałby, że jest w Bogu i jest Jego myślą.²

Powyższe cytaty z prac Jana Łukasiewicza, jednego z założycieli polskiej szkoły logicznej, który m.in. zrewolucjonizował logikę odkryciem logik wielowartościowych³, ujmują jakby istotę działalności logika tworzącego nowy system logiczny. Wskazują one na dwie rzeczy nieodłącznie związane z działalnością logików. Z jednej strony wskazuje Łukasiewicz na aprioryczność logiki, na jej jawnie twórczy charakter, z drugiej zaś – na „żelazne ramy” nakładane na twórczość logika – choć można mówić o twórczości, nie można mówić o dowolności. Ramy owej twórczości nakłada bowiem intuicja logiczna, która nie pozwala logikowi na żadną dowolność i prowadzi jego myśl dokładnie wyznaczoną drogą. Oczywiście,

¹ Por. J. Łukasiewicz, *O twórczości w nauce*, [w:] *idem*, *Z zagadnień logiki i filozofii*, PWN, Warszawa 1961, s. 73.

² Por. J. Łukasiewicz, *W obronie logistyki*, [w:] *idem*, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 219.

³ Swoją drogą później okazało się, że odkrycie logik wielowartościowych nie było aż tak rewolucyjne, jak się współczesnym Łukasiewiczowi autorom wydawało (porównywno np. jego odkrycie do przewrotu Kopernikańskiego). Niemniej, jak zobaczymy, logika trójwartościowa zainicjowała pewną drogę, potem coraz dokładniej determinowaną w postaci logik czterowartościowych jako narzędzia mającego wiele ważnych zastosowań; por. M. Lechniak, *Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych*, RWKUL, Lublin 1999.

można już na wstępie zauważyć, że to, jak pojmuje się rolę intuicji intelektualnej jako źródła systemu formalnego zależy od wcześniejszych, dokonanych świadomie lub nie, rozstrzygnięć filozoficznych w kwestii statusu bytów formalnych, których dotyczy system logiki (matematyki), a więc są powiązane w jakiś sposób z zajęтым stanowiskiem w sporze o uniwersalia⁴. W artykule niniejszym spróbuję wydobyć najważniejsze momenty w tworzeniu systemu nauk formalnych (z konieczności ograniczę się wyłącznie do systemów logiki nieklasycznej⁵) oraz te, które „dobry” system logiki powinien posiadać. Ograniczę się do dwóch ważnych dla logiki XX w. dróg zainicjowanych przez Jana Łukasiewicza (logiki wielowartościowe) oraz Clarence’a Irvinga Lewisa (logiki modalne).

W poszukiwaniu rozumienia intuicji logicznej

Od czasów Arystotelesa wskazywano na swoistą funkcję poznania intelektualnego zwaną w średniowieczu *intelligentia primorum principiorum*⁶. Dla samego Arystotelesa władza ta to intuicja intelektualna, za pomocą której w operacji zwanej indukcją (*epagogé*) umysł w sposób bezpośredni odczytuje istotę rzeczy oznaczanej przez terminy pierwotne jakiejś nauki jak też dokonuje bezpośredniego stwierdzenia prawdziwości oczywistych twierdzeń ostatecznych. Terminy pierwotne mają za przedmiot najogólniejsze rodzaje, a aksjomaty są najogólniejszymi twierdzeniami (są one najprostsze i w tym Arystoteles widzi źródło ich

⁴ Oczywiście sporu o sposób istnienia przedmiotów matematycznych nie należy utożsamiać ze sporem o uniwersalia; istnieje jedynie między nimi pewna analogia. Realista pojęciowy będzie miał zwykle skłonność do umieszczania bytów matematycznych (logicznych) w świecie idei, podczas gdy dla nominalisty będą to po prostu napisy, a dla konceptualisty jakieś idee mające li tylko żywot umysłowy. Te podstawowe rozwiązania w sporze o uniwersalia mają zatem jakieś odzwierciedlenie w podstawowych stanowiskach w sporze logicyzm – formalizm- intuicjonizm.

⁵ Zakładam przy tym, że system logiki to coś więcej niż rachunek formalny, a więc zbiór zdań i określona na nim operacja konsekwencji (por. niżej) – dlatego będę zwykle odwoływał się do motywów filozoficznych leżących u podstaw powstawania systemu logiki.

⁶ „Et ideo dicuntur intellectuales: quia etiam apud nos, ea quae statim naturaliter apprehenduntur, intelligi dicuntur; unde intellectus dicitur habitus primorum principiorum. Animae vero humanae, quae veritatis notitiam per quendam discursum acquirunt, rationales vocantur. Quod quidem contingit, ex debilitate intellectualis luminis in eis. Si enim haberent plenitudinem intellectualis luminis, sicut angeli, statim in primo aspectu principiorum totam virtutem eorum comprehenderent, intuendo quiddam ex eis syllogizari posset” (Św. Tomasz z Akwinu, *Summa Theologiae*, I, 58, 3 („Toć i u nas, o tym, co od razu w sposób naturalny myślą chwytny, powiadamy, że to ‘intelligimus’: pojmujemy; stąd też nawet u nas ‘intellectus’: intuicja, inteligencja, pojętność zwie się: zdolność czy sprawność pojmowania pierwszych zasad. Natomiast dusze ludzkie – ponieważ zdobywają znajomość prawdy drogą jakowegoś wnioskowania, czyli rozumowania – zwa się ‘rationales’ – rozumne; pochodzi to u nich ze słabości światła umysłowego; gdyby bowiem miały pełnię światła umysłowego – tak jak aniołowie, natychmiast w pierwszym spojrzeniu na zasady ogarnęłyby cały ich zasięg, widząc wszystko, cokolwiek z nich można wywnioskować” (*idem, Suma teologiczna*, t. 4, przeł. P. Belch, Veritas, London 1978, s. 215).

oczywistości)⁷. Jak się wydaje ta właśnie władza jest u logików silnie rozwinięta i ją być może miał na myśli Łukasiewicz w cytowanych wyżej słowach.

Sam fakt istnienia intuicji logicznej rozumianej jako władza bezpośredniego poznania umożliwiająca jakiś pierwotny kontakt z badanymi obiektami⁸ (być może jest ona czymś podobnym do wspomianej inteligencji pierwszych zasad) nie powinien budzić wątpliwości. W przeciwnym wypadku wkleamy się w problem uzasadnienia powszechności i normatywności praw logiki; jeśli nie uzna się istnienia intuicji, każda próba uzasadnienia obowiązywalności praw logiki kończy się jakąś formą *petitionis principii*⁹ albo odmową uznania powszechności lub przynajmniej normatywności praw logiki¹⁰. W ostatnich latach pojawiły się próby kognitywnego wyjaśnienia normatywności i powszechności intuicji logicznej przez odwoływanie się do jakiejś wrodzonej protologiki, pre-uposażenia w mechanizmy dedukcyjne, umożliwiające na poziomie procedur szybkie nabywanie kompetencji logicznej¹¹. Owa „logika pierwsza” wynikająca z racjonalnej natury człowieka, choć trudna „in concreto” do określenia, zdaniem

⁷ Por. T. Czeżowski, *Logika. Podręcznik dla studiujących nauki filozoficzne*, PZWS, Warszawa 1949, s. 211-213.

⁸ Pytanie o rolę intuicji w poznaniu podstawowych zasad teorii mnogości postawił i próbował obszerne na nie odpowiedzieć K. Gödel. Według niego samo istnienie intuicji jako władzy poznawczej nie budzi wątpliwości, choć nie musi być ona rozumiana jako źródło wyłącznie bezpośredniego poznania. „Intuicji matematycznej nie musimy pojmować jako zdolności dającej nam bezpośrednią wiedzę o badanych obiektach. Wydaje się raczej, że tak jak w przypadku doświadczenia fizycznego kształtujemy nasze idee także na podstawie czegoś innego niż to, co jest bezpośrednio dane. Tylko to coś innego tutaj nie jest, a przynajmniej nie jest głównie wrażeniem. To, że dane jest nam aktualnie bezpośrednio coś oprócz wrażeń, wynika stąd, że nawet nasze idee odnoszące się do obiektów fizycznych zawierają składowe jakościowo różne od wrażeń czy kombinacji wrażeń [...] podczas gdy z drugiej strony za pomocą naszych myśli nie możemy stworzyć jakościowo nowych obiektów, a jedynie reprodukować czy składać te, które są dane. Oczywiście te »dane« leżące u podstaw matematyki są ściśle związane z elementami abstrakcyjnymi zawartymi w naszych ideach empirycznych. Nie wynika z tego jednak w żaden sposób, że dane tego drugiego rodzaju są [...] czymś czysto subiektywnym [...]. Przeciwnie, one też mogą wyrażać aspekt obiektywnej rzeczywistości. [...] Sam fakt psychologiczny istnienia intuicji, która jest wystarczająco jasna, by dać aksjomaty teorii mnogości i otwarty ciąg ich rozszerzeń, wystarczy by nadać sens pytaniu o prawdziwość czy fałszywość zdań takich, jak hipoteza kontinuum Cantora” (K. Gödel, *Co to jest problem kontinuum*, [w:] R. Murawski [red.], *Współczesna filozofia matematyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002, s. 121-122).

⁹ Por. S. Haack, *The justification of deduction*, „Mind”, 85 (1976), s. 112-119.

¹⁰ Przykładami stanowisk odmawiających prawom logiki normatywności są tzw. indywidualizm psychologiczny, według którego logika jest wytworem umysłu indywiduum ludzkiego albo deskryptywizm psychologiczny, według którego poszukujemy wspólnej dla ludzi treści logicznych – oba stanowiska sprowadzają źródło znajomości pojęć (zasad) logiki do empirycznie stwierdzalnego uogólnienia pojęć (przekonań) jakiejś populacji indywiduów ludzkich; por. F. Pelletier, R. Elliot, P. Hanson, *Is Logic all in our Heads? From Naturalism to Psychologism*, „Studia Logica”, 86 (2008), s. 3-66.

¹¹ Por. J. Macnamara, *Logika i psychologia*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993; streszczenie głównych tez Macnamary (odwołującego się do J. Fodora koncepcji wrodzonego języka myśli i N. Chomsky’ego pojęcia kompetencji językowej) można znaleźć w: M. Lechniak, *Teoria kompetencji logicznej. O relacjach między logiką a psychologią*, [w:] Sztuka i realizm: księga pamiątkowa z okazji jubileuszu urodzin i pracy naukowej na KUL profesora Henryka Kieresia, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Polskie Towarzystwo Tomasza z Akwinu, Lublin 2014, s. 909-919.

przedstawicielei kognitywizmu logicznego, jest racjonalną podstawą jedności logiki mimo wielości jej systemów logicznych¹².

Wiele „twarzy” systemu logiki

Samo określenie czym jest logika (system logiki) jest przedmiotem wielu dyskusji na gruncie filozofii logiki. Problem ze szczególną ostrością pojawił się wraz z faktem zaistnienia konkurencyjnych systemów logiki (w szczególności, logiki intuicjonistycznej jako konkurentki logiki klasycznej). W filozofii logiki ukuto nawet terminy „dewiacja logiki klasycznej” i „logiki dewiacyjne”; ich dewiacyjność polega z grubsza na tym, iż mają one słownik tożsamy ze słownikiem logiki klasycznej, a mniejszą od niej liczbę tez¹³. Oczywiście samo to pojęcie już jakoś faworyzuje logikę klasyczną jako „normalną” – radykalni pluraliści¹⁴ logiczni będą oponować przeciw takiemu spojrzeniu na logikę podkreślając tezę, że z każdym poważniejszym systemem (paradygmatem) logiki wiąże się inna narracja o świecie; nie ma zatem jednego poprawnego systemu logiki¹⁵, ale wybór logiki związany jest z typem narracji (pytanie o poprawność, jako powszechną obowiązawalność staje się przy takim podejściu w jakimś stopniu bezzasadne)¹⁶. Tak radykalne stanowisko nie wydaje się słuszne; mimo istnienia wielu systemów logiki istnieją podstawy do mówienia o jednej logice (często dokładniejsza analiza systemów logiki, które jawią się najpierw jako konkurencyjne prowadzi do wniosku, że konkurencyjność owa była pozorna).

Mimo przedstawionych kontrowersji można wskazać, że na system logiki składają się co najmniej cztery elementy:¹⁷

¹² Por. R. Hanna, *Logic and rationality*, The MIT Press Cambridge, MA 2006.

¹³ O wzajemnej dewiacyjności logik L_1 i L_2 mówimy wtedy, gdy „klasa wyrażeń dobrze zbudowanych logiki L_1 jest zgodna z klasą wyrażeń logiki L_2 , podczas gdy klasa twierdzeń / ogólnie ważnych inferencji L_1 różni się od klasy twierdzeń / ogólnie ważnych inferencji z L_2 ” (por. S. Haack, *Deviant logic*, Cambridge University Press, Cambridge 1974, s. 4).

¹⁴ Por. S. Haack, *Philosophy of logics*, Cambridge University Press, Cambridge 1978 (rozdz. 12). Haack odróżnia jako główne stanowiska w sprawie wielości poprawnych systemów logicznych monizm (głoszący, że istnieje jeden poprawny system logiczny) oraz pluralizm (według którego istnieje wiele poprawnych systemów logicznych), którego teza w wersji globalnej brzmi, że istnieje wiele poprawnych logik o uniwersalnym zasięgu.

¹⁵ Według Haack, system logiczny jest poprawny, gdy rozumowania sformalizowane poprawne w tym systemie odpowiadają rozumowaniom niesformalizowanym, które są poprawne poza-systemowo, zaś formuły prawidłowo zbudowane, logicznie prawdziwe w tym systemie, odpowiadają twierdzeniom logicznie prawdziwym w sensie pozasystemowym (*ibidem*, s. 15).

¹⁶ Wnikliwe analizy koncepcji pluralizmu logicznego zawiera praca B. Czerneckiej-Rej, *Pluralizm w logice*, RW KUL, Lublin 2014; por. także: J.C. Beall, G. Restall, *Logical pluralism*, Clarendon Press, Oxford 2006.

¹⁷ Por. S. Haack, *Philosophy of Logics*, s. 188-189.

- (a) syntaksa języka formalnego (aksjomaty i reguły inferencji, czyli rachunek formalny);
- (b) pozaformalne odczytanie rachunku (klucz interpretacyjny);
- (c) semantyka formalna (Haack nazywa ją „semantyką czystą”)

oraz

- (d) pozaformalne ujęcie semantyki formalnej („semantyka zdeprawowana”).

Sam rachunek formalny wzbogacony o semantykę formalną¹⁸ (łącznie zwane formalizmem systemu), nie zasługuje na miano rozwiniętego rachunku logicznego. Na takie miano może zasłużyć dopiero, gdy zostanie uzupełniony o pozostałe z wymienionych elementów, zwane interpretacją (pozaformalną). Klucz interpretacyjny, czyli pozaformalne odczytanie rachunku polega na odczytaniu znaków rachunku w języku naturalnym (lub innym języku), którego logiką ma być system. Natomiast semantyka opisowa, czasem zaniedbywana przez twórców systemów logik, gra ważną rolę, gdyż jej zadaniem jest „przerzucenie poznawczego mostu” między rachunkiem logicznym, a tym, czego ma on być logiką; istotą tego mostu jest zagwarantowanie, że wiedza o rachunku daje się zasadnie przełożyć na wiedzę o dziedzinie jego zastosowania¹⁹. Innymi słowy, trzeba odróżnić między samym formalnym rachunkiem, będącym strukturą formalną „znaczków” i reguł ich stosowania oraz pełnym systemem logiki, gdzie do owej struktury dołączone są reguły powiązania jej z „rzeczywistością” rozumianą jako pewna istność o charakterze pozalogicznym. Ową „rzeczywistością” może być język naturalny (jako źródło klucza interpretacyjnego) albo dziedzina wiedzy przedmiotowej (jako źródło semantyki pozaformalnej). Ta ostatnia zaś może być bądź zbiorem twierdzeń jakiejś dziedziny wiedzy bądź np. zbiorem twierdzeń zawartych w rozważaniach jakiegoś filozofa²⁰.

Ponieważ tak w języku naturalnym, jak i w językach nauk, różne pojęcia są używane nie zawsze precyzyjnie, analiza pojęcia poprzedzająca tworzenie systemu logiki (szczególnie, gdy idzie o tzw. logiki filozoficzne, czyli logiki charakteryzujące pewne zwroty osobliwe z języka potocznego czy języka nauk) musi być uzupełniona o elementy aprioryczne (konstrukcyjne) – zwracał na to

¹⁸ Semantyka formalna to „twór matematyczny, służący do badania własności rachunku; często taką rolę pełnią matryce logiczne, semantyka relacyjna, algebraiczna lub topologiczna. Z taką semantyką wiąże się pojęcie prawdy. Zaletą semantyk formalnych jest to, że dzięki ustaleniu relacji między rachunkiem a semantyką formalną udaje się określić algorytm umożliwiający rozstrzygnięcie, czy dane wyrażenie jest tezą czy nie” (por. M. Tkaczyk, *Logika czasu empirycznego*, RW KUL, Lublin 2009, s. 12-15).

¹⁹ Por. *ibidem*, s. 15.

²⁰ „Budując logikę staramy się znaleźć jakieś uzasadnienie potrzeby istnienia takiej logiki. Chyba, że rozważania mają charakter czysto algebraiczny, gdzie takich uzasadnień nie szuka się. W tym celu przywołuje się różne kryteria. My możemy odwołać się tu do dwu bardzo mocnych kryteriów. Pierwsze, chyba najlepsze i najmocniejsze, można sformułować bardzo krótko — bo się tak mówi, pisze, myśli itd. Czyli potrzebę takiej logiki wymusza zwykła pragmatyka. Drugie kryterium słabsze, nazwijmy go historycznym, można sformułować krótko — tak logikę rozumieli Arystoteles, logicy starożytni i inni” (por. Z. Dywan, *Pojęcie denotacji u Arystotelesa i Fregego*; [w:] M. Omyła (red.), *Studia z semantyki i ontologii sytuacji*, Wydawnictwo UMCS, Warszawa 1991, s. 11-29).

uwagę Łukasiewicza, wskazując że analiza pojęcia musi być uzupełniona przez konstrukcję:

Stworzyć, czyli skonstruować, jakiś przedmiot abstrakcyjny, znaczy wyszukiwać pewne jakieś cechy, rozważyć, które z nich można z sobą połączyć, a które należy usunąć, i uzyskać w ten sposób jakąś całość cech, powiązanych stosunkami, które by stanowiły szukany właśnie przedmiot.²¹

Dzięki owej aprioryczności otrzymujemy eleganckie konstrukcje formalne, często dobrze powiązane (np. oddające specyfikę posługiwania się pewnymi terminami w języku naturalnym) z jakoś pojętą rzeczywistością pozalogiczną. Owo powiązanie przejawia się w porządku jaki panuje w świecie „dobrych” systemów logicznych. Panuje między nimi ład, ich pojęcia pierwotne pozostają ze sobą w jasno eksplikowalnych związkach, a twierdzenia w ściśle określonych stosunkach²².

Drogi rozwoju (pogłębienia, dotarcia się) idei logicznych

Pierwszą pouczającą historią ilustrującą powstawanie i rozwój logiki są dzieje logiki wielowartościowej. Możemy z grubsza prześledzić rozwój idei wielowartościowości u jej twórcy, Jana Łukasiewicza. Wskażmy tu główne etapy tego procesu:²³

(1) Stwierdzenie aporii, do których prowadzi stosowanie pojęcia wartości logicznej do zdań o przyszłych niezdeterminowanych zdarzeniach, które poprzedziły rozwój logiki trójwartościowej:

- (a) Arystotelesa argumentacja co do przyszłej bitwy morskiej z IX rozdziału *Hermeneutyki*: Jeśli zdanie „Jutro odbędzie się bitwa morska” jest prawdziwe, to jutro bitwa morska musi się odbyć; jeśli natomiast jest ono (dziś) fałszywe, to jutro bitwa morska nie może się odbyć. A zatem, jeśli rozważane zdanie jest (w chwili obecnej) prawdziwe bądź fałszywe, to bitwa morska musi bądź może się jutro odbyć. Ale przecież zdarzenie, o którym mowa w owym zdaniu, ma charakter przygodny: nie jest konieczne zarówno to, że jutro odbędzie się bitwa morska, jak i to, że jutro bitwa morska się nie odbędzie. W rezultacie rozważane zdanie nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe.

²¹ Por. J. Łukasiewicz, *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny*, [w:] *idem*, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 9-65.

²² Perzanowski wskazywał na wagę „topografii” systemów logicznych, odwzorowywanej przez „mapy” systemów logicznych. Owa topografia pokazuje, że stosunki logiczne między zbiorami twierdzeń różnych systemów.

²³ Rozwój idei wielowartościowości od starożytności, poprzez analizy średniowieczne aż do Łukasiewicza jest prosto opisany w: M. Lechniak, *Interpretacje wartości matryc...*, s. 28-49.

- (b) Tadeusza Kotarbińskiego artykuł *Zagadnienie istnienia przyszłości*²⁴:
 „skoro nie można stworzyć tego, o czym sąd twierdzący jest prawdziwy, ani tego, o czym sąd twierdzący jest fałszywy, w takim razie warunkiem stworzenia czegoś jest to, aby sąd twierdzący o tym czymś nie był ani prawdą ani fałszem”.

(2) Na podstawie tych rozważań pojawia się Łukasiewicza podejście do problemu zdań o zdarzeniach niezdeteminowanych: zamiast odmówić zdaniom o przyszłości wartości logicznej, Łukasiewicz proponuje uzupełnić podział zdań na prawdziwe i fałszywe o trzecią wartość logiczną – możliwość. Argumentacja ta pojawiła się w komunikatach Łukasiewicza z czerwca 1920 roku (a w sposób pełny przedstawiona w wykładzie inauguracyjnym *O determinizmie*). Łukasiewicz zatem postuluje uzupełnienie podziału zdań na prawdziwe i fałszywe o trzecią wartość logiczną, o takim samym charakterze co prawdziwość i fałszywość. W ten sposób konstruuje on system logiki trójwartościowej oparty na macierzach trójwartościowych – przytoczymy tu macierze dla negacji, alternatywy i koniunkcji, pozwalające odrzucić prawo niesprzeczności i prawo wyłączonego środka (gwiazdka w tabelkach oznacza wartość wyróżnioną):

p	$\neg p$
1*	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	1

p \vee q	1	$\frac{1}{2}$	0
1	1	1	1
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	1	$\frac{1}{2}$	0

p \wedge q	1	$\frac{1}{2}$	0
1	1	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
0	0	0	0

²⁴ Por. T. Kotarbiński. *Wybór pism*, t. 1, *Myśli o działaniu*, PWN, Warszawa 1957, s. 116-144 oraz bardzo ważny przypis na s.13-14, w którym Kotarbiński, niestety po latach, przyznaje, że argumentację ową odrzucił bezpośrednio po opublikowaniu artykułu w 1913 r. na skutek uwagi Leśniewskiego, że prowadzi ta argumentacja do sprzeczności, polegającej na tym, że na pytanie o prawdziwość zdania o przyszłe zdarzenie przygodne odpowiedź prognostyczna musiałaby być negatywna, a odpowiedź retrospektywna – pozytywna. Łukasiewicz nie znał jednak tej argumentacji Leśniewskiego.

Motywy kierującym intuicją jest tu próba rozwiązania starej aporii filozoficznej za pomocą środków logiki współczesnej. Chodzi o wyeliminowanie pewnych niepożądanych (przy założeniu poprawności wyżej przytoczonych argumentacji) tez logiki klasycznej. Dokonuje się to w ten sposób, że Łukasiewicz, uznając równy status możliwości względem wartości klasycznych, tak konstruuje tabele, żeby zachowanie spójników względem wartości klasycznych 0 i 1 było takie samo jak w klasycznym rachunku zdań. W ten sposób Łukasiewicz dokonuje generalizacji treści nazwy ‘wartość logiczna’. Łatwo zauważyć, że prawa niesprzeczności $\neg(p \wedge \neg p)$ i wyłączonego środka $p \vee \neg p$ przestają być tautologiami: dla zmiennej p przyjmującej wartość $\frac{1}{2}$ nie przyjmują wartości wyróżnionej. Ponieważ system jest budowany metodą matrycową (system aksjomatyczny powstał ok dziesięciu lat później), pożądana przez Łukasiewicza cecha zdań staje się dobrze widoczna.

(3) Łukasiewicza argumentacja modalna za trzecią wartością logiczną: w 1930 r. Łukasiewicz przedstawił pełną wypracowaną argumentację filozoficzną za istnieniem trzeciej wartości logicznej, w której odwołuje się do trzech rodzajów „zasad modalnych”²⁵ :

- *Ab oportere ad esse valet consequentia*, według której to co konieczne jest też i możliwe;
- Leibnizjańskiej zasady *Unumquodque quando est, oportet esse* – wszystko, co jest, skoro jest, musi być oraz
- obustronna możliwość: „Dla pewnego p , jest możliwe, że p i jest możliwe, że *nie- p* ”.

Na gruncie klasycznego rachunku zdań pierwsza z drugą zasadą prowadzą do trywializacji pojęcia modalnego, a zasada I i III łącznie wzięte prowadzą do sprzeczności. Dlatego, zdaniem Łukasiewicza, trzeba opuścić logikę klasyczną i fundamentalny podział zdań na prawdziwe i fałszywe zastąpić trójwartościowym podziałem zdań²⁶. Niestety w argumentacji tej pojęcie możliwości występuje zarówno wśród funktorów (a więc pojęć języka przedmiotowego), jak i jako pozaformalna interpretacja wartości logicznej $\frac{1}{2}$ (a więc pojęć metajęzyka), zagrażając tym samym możliwością popełnienia ekwiwokacji. Co ciekawe, funktory modalne są w tym systemie charakteryzowane za pomocą tabel wielowartościowych – Łukasiewicz do końca życia nie uznał za nauką charakterystyki funktorów modalnych opartej na założeniu o ich nieekstensjonalności. Ciekawy jest tu fakt, że w argumentacji modalnej rozważania nad wielowartościowością wiąże Łukasiewicz z pojęciami modalnymi, dając pojęciom modalnym interpretację ekstensjonalną.

²⁵ Por. J. Łukasiewicz, *O wielowartościowych rachunkach zdań*, [w:] J. Łukasiewicz, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 144-163.

²⁶ Niestety, łatwo zauważyć, że argumentacja ta opiera się na wieloznaczności pojęcia „jest możliwe” i w związku z tym na ekwiwokacji.

(4) Na skutek krytyki podstaw logiki trójwartościowej²⁷ Łukasiewicz rewiduje jej koncepcję²⁸ i przechodzi do czterowartościowej logiki modalnej, której matryce oparte są na dwóch podziałach binarnych, inaczej: każda wartość matrycy czterowartościowej jest parą uporządkowaną złożoną z zer i jedynek. Słupecki, a później Borkowski, wykazali, że owe podziały można interpretować jako podział zdań na prawdziwe i fałszywe oraz podział zdarzeń na zdeterminowane i niezeterminowane. Mamy zatem zdania prawdziwe o zdarzeniach zdeterminowanych, prawdziwe o zdarzeniach niezeterminowanych itd²⁹. W ten sposób uzyskane matryce są rezultatem mnożenia klasycznych matryc dwuwartościowych przez siebie i dlatego nie muszą odwoływać się do intuicji konkurencyjnych względem intuicji klasycznych.

Widzimy zatem, że pewien kluczowy wgląd dokonany przez Łukasiewicza, którego rezultatem było uzupełnienie matryc klasycznych o nowe wartości ulegał modyfikacji w obliczu dyskusji nad ideą wielowartościowości. Jak się wydaje idea ta była poddana klaryfikacji. Okazało się, że idea ta nie narusza podstaw logiki klasycznej, a co najwyżej odsłania fakt, że i w logice formalnej zdania mogą być według różnych zasad dzielone i owe nowe podziały zdań nie muszą być konkurencyjne względem podziału na prawdziwe i fałszywe.

(5) Idea logiki czterowartościowej, która nie jest konkurencyjna względem logiki klasycznej zdaje się być intuicją dojrzałą. Takich czterowartościowych charakterystyk matrycowych funktorów może być bardzo dużo – charakterystyki wskazane przez Łukasiewicza są więc jedynie nielicznymi spośród wielu; oczywiście nie sposób byłoby systematycznie rozważać takie matryce o ile nie wiadomo byłoby, że powstają one ze skrzyżowania dwóch binarnych kryteriów podziału (a więc dwóch podziałów dychotomicznych). Czterowartościowe matryce mogą mieć wiele różnorodnych zastosowań wszędzie tam, gdzie krzyżowane są podziały binarne; wystarczy tu wspomnieć tzw. kratę Belnapa, czyli matrycę

²⁷ Krytyka przeprowadzona została przez Gonsetha w 1938 r. podczas kolokwium *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la methode des sciences mathematiques* w Zurichu. Wprawdzie Łukasiewicz nie wspomina tej argumentacji, ale musiała mu ona być znana, jako że uczestniczył on w tym kolokwium. Argumentacja jest bardzo prosta: mając dwa zdania sprzeczne, *p*, *nie-p*, o ile *p* jest niezeterminowane (możliwe), także winno być i *nie-p*; zatem i koniunkcja tych zdań powinna mieć wartość „możliwy” – ale to sprzeciwia się podstawowej intuicji dotyczącej koniunkcji, że koniunkcja dwóch zdań wzajemnie sprzecznych powinna być fałszywa; por. G. Malinowski, *Logika wielowartościowa*, PWN, Warszawa 1990, s. 32.

²⁸ „Opierając się na tej idei [tzn. że zdania o niezeterminowanej przyszłości muszą mieć trzecią wartość – M.L.] zbudowałem w 1920 roku trójwartościowy system logiki modalnej, rozwinięty później w artykule z 1930 roku. Dziś widzę, że system ten nie spełnia naszych wszystkich intuicji dotyczących modalności i że należy go zastąpić systemem, który przedstawiam poniżej. Jestem zdania, że we wszelkiej logice należy zachować klasyczny rachunek zdań. Rachunek ten wykazał dotychczas wielką solidność i użyteczność i bez ważkich przyczyn nie można go odkładać na bok”; por. Łukasiewicz, *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*, PWN, Warszawa 1988, s. 224 (cytowany fragment dotyczący logiki modalnej pochodzi z drugiego wydania pracy, które wyszło już po śmierci Łukasiewicza w 1956 r.).

²⁹ Por. J. Słupecki, *Próba intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza*, [w:] *Rozprawy logiczne. Księga pamiątkowa ku czci K. Ajdukiewicza*, red. T. Kotarbiński, PWN, Warszawa 1964, s. 185-191 oraz L. Borkowski, *W sprawie intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza*, „Roczniki Filozoficzne”, 25, 1978, z. 1, s. 61-68.

opartą na dwóch uporządkowaniach zdań: według dążenia do prawdziwości oraz według dążenia do informacji (zmniejszania niewiedzy). N. Belnap dokładnie uzasadnił taką konstrukcję, w której zdania klasycznie prawdziwe (fałszywe) użyte są na poziomie epistemicznym – w rezultacie mamy podział zdań na: znane jako prawdziwe, znane jako fałszywe, znane jako prawdziwe i fałszywe zarazem (nadokreślone) i nieznanne jako prawdziwe i nieznanne jako fałszywe (niedookreślone)³⁰.

(6) Ostateczne ugruntowanie pojęciowe idei wielowartościowości przyszło już sporo lat po śmierci Łukasiewicza w szczególności za sprawą Romana Suszki i Ludwika Borkowskiego. Suszko³¹ wykazał, że Łukasiewicz pomylił podział zdań ze względu na wartość logiczną z podziałem zdań ze względu na ich denotaty (korelaty semantyczne): semantyczny podział zdań na prawdziwe i fałszywe jest (przy współczesnym, atemporalnym rozumieniu wartości logicznych) podziałem nieuzupełnialnym, natomiast proponowany przez Łukasiewicza w logice trójwartościowej podział zdań jest podziałem ze względu na sposób istnienia denotatów tych zdań. Borkowski³² dopowiedział, że matryce logiczne mają charakter syntaktyczny i nie trzeba wiązać z nimi idei konkurencyjnych względem idei klasycznych. Są one, podobnie jak inne „semantyki formalne” co najwyżej narzędziem do badania czy dane formuły są tezami systemu.

Podsumowując analizy historii dojrzewania idei wielowartościowości można wyodrębnić główne następujące etapy (podobne etapy można by wskazać i w innych historiach rozwoju idei logicznych, np. niżej streszczonej historii rozwoju idei możliwego świata)³³:

- istnienie aporii, problemu filozoficznego (matematycznego) inspirującego logika do podjęcia próby formalnego rozwiązania tej trudności (np. w cytowanym artykule Dywana jest to próba zrekonstruowania starożytnego paradoksu rogacza);
- stwierdzenie, że dostępne środki logiczne są niewystarczające do adekwatnego analizowania problemu albo, że środki te prowadzą do błędnego ujęcia problemu;

³⁰ Por. N. Belnap, *How a computer should think*, [w:] *Contemporary aspects of philosophy*, ed. Ryle, Stockfield: G. Oriell Press 1976, s. 30-56; analiza założeń logiki Belnapa jest w przystępny sposób przeprowadzona w M. Lechniak, *Wielowartościowość a pojęcia epistemiczne*, „Roczniki Filozoficzne”, 54 (2006), z. 2, s. 375-390 i umieszczona w kontekście zmiany przekonań w M. Lechniak, *Przekonanie i zmiana przekonań*, RW KUL, Lublin 2011, s. 277-285.

³¹ Por. R. Suszko, *Formalna teoria wartości logicznych*, „Studia Logica”, 6 (1957), s. 145-237 oraz *idem*, *The fregean axiom and the Polish mathematical logic in the 1920s*, „Studia Logica”, 35/3 (1977), s. 377-380.

³² L. Borkowski, *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach nieklasycznych*, „Roczniki Filozoficzne”, 29, 1981, z. 1, s. 9-14. Borkowski wskazuje w cytowanym artykule, że w klasycznym rachunku zdań można matryce interpretować zarówno syntaktycznie jak i semantycznie, natomiast już w logice trójwartościowej podział zdań ze względu na ich denotaty nie pokrywa się z semantycznym podziałem zdań na prawdziwe i fałszywe.

³³ Opisaną tu historią jest jedną z dróg prowadzących do zmiany systemu logiki: przegląd różnych strategii modyfikacji logiki podaje Haack w *Philosophy of logics* (s. 153-155).

- wprowadzenie modyfikacji do systemów istniejących albo (większa nowość) odwołanie się do innych założeń niż założenia leżące u podstaw systemów istniejących;
- formalna konstrukcja nowego systemu;
- dyskusja nad tą nową konstrukcją: formalna – próba uproszczenia (zmniejszenia liczby) elementów pierwotnych systemu (aksjomatów, reguł, *etc.*), poprawienie jego własności formalnych oraz pozaformalna – szukanie trudności natury intuicyjnej, do których system prowadzi i próba ich usunięcia połączona z wprowadzeniem modyfikacji w formalizm systemu;
- (zwykle, choć nie koniecznie zawsze) rezygnacja z uznania rewolucyjności pierwotnej idei – okazuje się, że da się ona włączyć do systemu wiedzy i pogodzić (przy określonych założeniach) z intuicjami logiki klasycznej – „dobre” systemy logiki (dobrze filozoficznie ugruntowane, a nie konstrukcje formalne powstałe dla celów „sportowych”) wpisują się w „świat logiki w jakimś stopniu kompatybilnej z logiką klasyczną”.

Z kolei proces wykształcania się dojrzałych intuicji (idei) logicznych w kwestii modalności ilustrują dzieje logik modalnych od systemów ścisłej implikacji począwszy a na semantykach relacyjnych zakończywszy. Choć rozważania nad modalnościami weszły do logiki współczesnej niejako „kuchennymi drzwiami”, jako że podstawowym motywem C. I. Lewisa była analiza okresu warunkowego prowadząca do stworzenia systemów ścisłej implikacji, w których miano przybliżyć jego logiczne rozumienie do tego, jakie jest przyjmowane w języku naturalnym (i uniknąć trudności zwanych później paradoksami implikacji materialnej)³⁴, to jednak pierwotne intuicje Lewisa na przestrzeni kilkudziesięciu lat doprowadziły do dojrzałego pojęcia modalności. W pierwszym etapie (dość szybko) okazało się, że logiki ścisłej implikacji (które Lewis traktował jako konkurencyjne względem logiki klasycznej) mogą być budowane jako rozszerzenia tej ostatniej, które dodają do systemu klasycznego rachunku zdań aksjomaty charakteryzujące funktory modalne (konieczności lub możliwości) i reguły dla tych funktorów. W następnym etapie wydawało się uczonym, że takie logiki konieczności czy możliwości nie mają intuicyjnego zaplecza (ponieważ np. dla systemów S4 czy S5 zasadnicze znaczenie mają tzw. aksjomaty redukcyjne, w których występują iteracje funktorów modalnych, a takie iteracje nie występują w języku naturalnym)³⁵. Przyczyna tego stanu rzeczy tkwiła w tym, że systemy modalne były budowane wyłącznie

³⁴ Według Lewisa „okazuje się, że rachunek ścisłej implikacji nie jest ani rachunkiem ekstensji (jak rachunek materialnej implikacji czy algebra Boole’a-Schredera) ani rachunkiem intensji jak niesatysfakcjonujące systemy Lamberta czy Castillona. Rachunek ścisłej implikacji obejmuje relacje obu typów, ale odróżnia je i pokazuje ich związki. Zawiera on (jako swoją część) rachunek materialnej implikacji taki, jak ten zawarty w Principia Mathematica i zawiera także dodatkowy częściowy system relacji zamierzonych jako intensjonalne” (por. C. I. Lewis, *A survey of logic*, University of California Press, Berkeley 1918, s. 291).

³⁵ Von Wright w 1951 r. pisał: „Sprawa prawdziwości logicznej aksjomatów redukcyjnych jest ciemna. Odwoływanie się do naszych intuicji logicznych nie wydaje się pomocne” (por. G. H. Von Wright, *An essay in modal logic*, North Holland Publ., Amsterdam 1951, s. 87).

na poziomie syntaktycznym. Po wykazaniu przez Tarskiego, że można prowadzić wolne od antynomii rozważania na poziomie semantycznym, rozpoczęto próby konstruowania semantyk formalnych dla logik modalnych. Semantyki³⁶ te, jako semantyki algebraiczne czy topologiczne z trudnością dawały wzbogacenie intuicji dotyczących modalności, choć z powodzeniem pełniły rolę narzędzia do badania formuł, czy są tezami systemów czy nie. Następnie, prawie równocześnie, kilku autorów³⁷ przedstawiło intuicyjne ujęcie semantyk w postaci semantyk relacyjnych bazujących na intuicji światów możliwych połączonych relacjami dostępności (alternatywności). Dzięki wykorzystaniu w nich analogii między pojęciami modalnymi a kwantyfikatorami („konieczny” to tyle, co „prawdziwy w każdym świecie możliwym”) oraz ograniczeniu zakresu kwantyfikatora przez własności relacji dostępności udało się uzyskać prosty rachunkowo, w dużej mierze intuicyjny model formalny pojęć modalnych³⁸, co więcej, mający szerokie spektrum zastosowań, jako że wiele pojęć można traktować jako modalności (pojęcia dotyczące wiedzy, czasu, powinności, działania, etc)³⁹. Semantyka relacyjna stała się w ten sposób jakby dojrzałym zwieńczeniem trwającej kilkadziesiąt lat historii wykształcania się współczesnego pojęcia logicznej modalności – przy czym rozumienie modalności nie musi odwoływać się (i faktycznie nie odwołuje się) do jakichś idei logicznych konkurencyjnych względem idei klasycznych.

Na koniec tych rozważań, zamiast podsumowania można stwierdzić, że rozwój idei logicznych przebiega w jakimś stopniu w sposób racjonalny. Dobre idee, porządnie opracowywane pokazują swoją racjonalność (np. systemy aksjomatyczne logik modalnych mają eleganckie modele w semantykach relacyjnych), choć oczywiście nie od razu wykazując pełną dojrzałość – ten proces dojrzewania idei ma najczęściej charakter kolektywny i trwa czasem dość długo będąc rezultatem wysiłku czasem kilku pokoleń logików. Wartość dojrzałych idei można mierzyć też kryterium ich owocności; tak idea matryc wielowartościowych umożliwiających klasyfikowanie zdań ze względu na różne kryteria, jak i idea możliwych światów pozostających względem siebie w różnej dostępności, wykazują wielką

³⁶ Rozwój semantyk logik modalnych jest obszernie opisany w J. Copeland, *The genesis of possible worlds semantics*, „Journal of Philosophical Logic”, 31 (2002), s. 99-137.

³⁷ Copland pokazuje, że Kripke w pewien sposób niezastępowalnym wszedł do historii logiki jako prekursor „semantyk Kripkego” – w tym samym czasie semantyki relacyjne (pełniej lub mniej pełnie) były rozważane przez takich autorów jak S. Kanger, P. T. Geach, A. Prior czy J. Hintikka.

³⁸ Trzeba tu podkreślić fakt, iż w zadziwiająco prosty sposób nieoczywiste (przy traktowaniu wyłącznie syntaktycznym) aksjomaty redukcyjne znajdują niezwykle łatwe „przełożenie” na własności nakładane na relację dostępności między możliwymi światami.

³⁹ Na owocność jako kryterium badania „prawdziwości” aksjomatu logiki czy systemu logiki wskazywał w cytowanym artykule Gödel: „możliwe jest rozstrzygnięcie, czy jest on [aksjomat – ML] prawdziwy, także na innej drodze, a mianowicie indukcyjnie – poprzez badanie jego „sukcesów”. Sukcesy znaczą tu owocność w sensie konsekwencji, a w szczególności „weryfikowalnych” konsekwencji, to znaczy konsekwencji dających się uzyskać bez stosowania nowego aksjomatu, których dowody przy użyciu tego nowego dowodu są jednak znacznie prostsze i łatwiejsze do uzyskania oraz umożliwiają połączenie wielu różnych dowodów w jeden”; por. G. Gödel, *op. cit.*, s. 113.

owocność. Zatem owocność i niewykraczanie poza intuicje związane z logiką klasyczną (a także w jakimś stopniu prostota) mogą, jak się wydaje, świadczyć o tym, że intuicja logiczna ich twórców dociera do jakiegoś aspektu obiektywnej rzeczywistości.

Marek Lechniak

On Creativity in Logics, or How the Logical Intuitions are Developed

Abstract

This article aims to show the steps of development of some logical ideas from a beginning stage to the mature form; we adopt the usefulness of the idea in analyzing logical concepts and its intuitiveness as criteria of the matureness of an idea. Another criterion of maturity of a logical idea is its uncompetitive character towards the assumptions of classical logic. In the beginning of the article, some introductory considerations on intuitive knowing as the origin of logic are presented; subsequently, the requirements which every formal system pretending to be called logic should fulfill are shown, and finally the histories of development of ideas of many-valuedness and modality in contemporary logic are analyzed.

Keywords: logical intuition, development of logical idea, many-valued logic, modal logics.

